



DOI: <https://doi.org/10.46296/yc.v6i11edespsep.0222>

ANÁLISIS SOBRE UN MODELO MATEMÁTICO APLICADO AL REPARTO ÓPTIMO DE CARGA ELÉCTRICA

ANALYSIS ON A MATHEMATICAL MODEL APPLIED TO THE OPTIMAL DISTRIBUTION OF ELECTRICAL CHARGE

Giler-Sarmiento José Antonio ¹; Sandoya-Sánchez Fernando Francisco ²

¹ Docente de la Universidad Técnica de Manabí, Instituto de Ciencias Básicas. Portoviejo, Ecuador. Correo: jagiler@utm.edu.ec. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6791-6043>.

² Docente Principal Escuela Superior Politécnica del Litoral, Facultad de Ciencias Naturales y Matemática. Guayaquil, Ecuador. Correo: fsandoya@espol.edu.ec.
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0011-4003>.

Resumen

Se desarrolla un modelo matemático para ayudar a los decisores a elegir la mejor combinación de tecnologías para la distribución de electricidad y a su vez, de esta forma, generar una herramienta científica para la toma de decisiones estratégicas que permitan a una organización atender las demandas y el equilibrio de la distribución de las cargas, el consumo en el momento oportuno, un periodo, en el lugar preciso y en la cantidad necesaria. El modelo obedece a la satisfacción de la demanda y minimizar el costo teniendo en cuenta las restricciones. El modelo está construido en módulos lo que facilita cambios y la posibilidad de agregar nuevas funciones. La implementación del modelo se realizó utilizando GAMS (Sistema General de Modelaje Algebraico), diseñado para modelar problemas de optimización con solvers basados en el estado del arte. Este cumple con sus expectativas y funciona como fue pensado, es decir se satisface la demanda con un costo minimizado. El desarrollo futuro del modelo, se debe centrar en su mejoramiento, de manera de que el mismo tome en cuenta otros factores aumentando su complejidad.

Palabras claves: Modelo, Modelo matemático, Eficiencia eléctrica, Repartición de la carga eléctrica.

Abstract

A mathematical model is developed to help decision makers choose the best combination of technologies for electricity distribution and, in turn, in this way, generate a scientific tool for strategic decision making that allows an organization to meet the demands and the balance of the distribution of loads, consumption at the right time, a period, in the precise place and in the necessary quantity. The model obeys the satisfaction of the demand and minimize the cost taking into account the restrictions. The model is built in modules which facilitates changes and the possibility of adding new functions. The implementation of the model is done using GAMS (General Algebraic Modeling System), designed to model optimization problems with solvers based on the state of the art. This meets their expectations and works as intended, that is, the demand is satisfied with a minimized cost. The future development of the model should focus on its improvement so that it takes into account other factors increasing its complexity.

Keywords: Model, Mathematical model, electrical efficiency, Distribution of electric charge.

Información del manuscrito:

Fecha de recepción: 06 de junio de 2022.

Fecha de aceptación: 02 de septiembre de 2022.

Fecha de publicación: 08 de septiembre de 2022.



1. Introducción

En la actualidad, la energía es vital para el desarrollo económico de un territorio. Una de sus formas, la energía eléctrica es indispensable en sectores tan importantes como la industria, la agricultura, la construcción y el residencial. Uno de los problemas fundamentales que se ha generado con su uso es el aumento acelerado de la demanda, trayendo consigo problemas en el medio ambiente, con el aumento de las emisiones de gases de efecto invernadero e impacto al cambio climático.

Por otro lado, el aumento de la calidad de vida de las personas que viven en lugares aislados depende en gran medida de la estabilidad de los servicios energéticos, que necesitan de manera sostenida y con la calidad necesaria para los usuarios finales. La planificación energética es un punto clave para lograr estos objetivos, de ella nacen las directrices para un adecuado uso de los recursos energéticos, escasos en muchos casos, así como las configuraciones de las tecnologías para una nación, región o localidad, sin aumentar los costos, con el

mínimo daño al medioambiente y que sean socialmente aceptados. Esta idea apunta hacia la búsqueda del desarrollo sostenible en comunidades aisladas que solo puede ser logrado por medio del cumplimiento de estas directrices y estrategias que emergen de una adecuada planificación energética.

La estructura del sector energético es complicada, ya que para su selección se toman en cuenta muchos factores como son la selección de los recursos energéticos y las tecnologías asequibles, los precios y la disponibilidad de los recursos en el tiempo. Existen diversos factores que condicionan notablemente el desarrollo e implantación de estas tecnologías utilizadas en la generación distribuida. Entre ellos, podemos destacar la disponibilidad de recursos, existencia de yacimientos geotérmicos en zonas de naturaleza volcánica, zonas de alta irradiación solar, recursos forestales y agrícolas, yacimientos de gas natural, entre otros. Para llevar a cabo una planificación energética eficiente hay que tener en cuenta tres aspectos fundamentales: la energía, la economía y el medio



ambiente. Sin embargo, muchas veces estos aspectos se encuentran en conflicto entre sí ya que la mejor solución económica puede ser una de las que más afecte al medio ambiente por citar algún ejemplo, por lo que es de mucha importancia para los que toman decisiones energéticas tener las herramientas necesarias y competentes para aplicarlas con un equilibrio lo más proporcionado posible y encontrar la mejor solución posible. Los procedimientos más utilizados para la toma de decisiones en la planificación energética se basan en diferentes o con el uso de modelos de optimización.

El mundo tiene una fuerte dependencia de la energía eléctrica. No es imaginable lo que sucedería si esta materia prima esencial para mover el desarrollo de los países llegase a faltar. Está fuera de cualquier discusión la enorme importancia que el suministro de electricidad tiene para el hombre hoy, que hace confortable la vida cotidiana en los hogares, que mueve efectivamente el comercio y que hace posible el funcionamiento de la industria. El desarrollo de un país depende de su grado de

industrialización y este a su vez necesita de las fuentes de energía, especialmente de la energía eléctrica (Ramírez C. , 2012).

Un sistema eléctrico de potencia tiene como finalidad la producción de energía eléctrica en los centros de generación (centrales térmicas e hidráulicas) y transportarla hasta los centros de consumo (ciudades, poblados, centros industriales, turísticos, etc.). Para ello, es necesario disponer de la capacidad de generación suficiente y entregarla con eficiencia y de una manera segura al consumidor final. Para lograr este objetivo se requiere de la realización de grandes inversiones de capital, de complicados estudios y diseños, de la aplicación de normas nacionales e internacionales muy concretas, de un riguroso planeamiento, del empleo de una amplia variedad de conceptos de ingeniería eléctrica y de tecnología de punta, de la investigación sobre materiales más económicos y eficientes, de un buen procedimiento de construcción e interventoría y por último de la operación adecuada con mantenimiento riguroso que garantice el suministro del servicio de energía con muy buena calidad.

Pero el sistema de distribución no ha recibido el mismo tratamiento en el pasado, sólo en las últimas décadas el sector eléctrico ha comprendido que esta parte del sistema de potencia también merece toda la atención a lo largo del proceso, desde el planeamiento hasta la operación, ya que es aquí donde la calidad del servicio se deteriora, donde se presenta el mayor nivel de pérdidas técnicas y donde el sistema se hace vulnerable y queda expuesto a robos, fraudes y otras pérdidas no técnicas.

Por ejemplo, en la década de los 80, el sector eléctrico en países de Latinoamérica vio con mucha preocupación que las pérdidas de energía alcanzaban el 30% de la generación total con consecuentes perjuicios económicos para las empresas distribuidoras, lo que implicaba una carga financiera muy pesada, pues obligaba la realización de inversiones adicionales en generación para satisfacer la demanda real más el suministro de pérdidas. Esto sucedía principalmente porque las redes de distribución para entonces ya eran obsoletas, con altos niveles de sobrecarga, topologías inadecuadas

sin ningún planeamiento que pretendían inútilmente mejorar las condiciones del servicio. Así, en Colombia el sector eléctrico se vio obligado a aplazar los proyectos de generación y de transmisión pendientes y emprender un gigantesco plan de recuperación de pérdidas a nivel de distribución. Se dio inicio entonces a la remodelación de la mayoría de las redes existentes haciendo todo el despliegue de recursos humanos, técnicos y económicos. Fue necesario emplear programas y herramientas computacionales con el fin de plantear y evaluar las diferentes alternativas de (Ramírez C., 2012).

La constante evolución tecnológica afecta directamente la composición de las cargas. En la actualidad se utilizan modelos realizados muchos años atrás, y no representan adecuadamente las características de las cargas actuales. La estabilidad transitoria de un sistema eléctrico es la capacidad para mantener el sincronismo cuando éste es sometido a una perturbación fuerte. El desacoplamiento de la potencia activa y frecuencia por un lado y la potencia reactiva y la tensión por otro lado permiten



establecer mecanismos de control tanto para la frecuencia como para la tensión en forma independiente. Se ha otorgado mucha atención al análisis y modelación de la generación y transmisión, sin embargo, se ha prestado menos atención al comportamiento de las cargas pertenecientes a los sistemas interconectados. Distintos estudios han demostrado que la modelación de las cargas puede tener un gran impacto en los estudios de estabilidad, por lo cual se han realizado esfuerzos para mejorar los modelos existentes, lo que no es una tarea fácil debido principalmente a las siguientes complicaciones. Una gran cantidad y diversidad de cargas se encuentran involucradas. Al ser consumos asociados a clientes, se torna difícil el acceso tanto por el tema de la propiedad como por la ubicación (Parada, O.G, 2013). La carga tiene un comportamiento variable en el tiempo el cual puede ser diario, semanal, o porque los requerimientos de los clientes han cambiado. No se tiene información precisa al respecto, ya sea por desconocimiento de las características ante variaciones de algunas componentes de las cargas, particularmente para altos voltajes o

variaciones de frecuencia. A pesar de estas complicaciones, se ha logrado avanzar en la mejora de los modelos de carga. No cabe duda que los avances en esta materia han estado determinados por los avances en materia computacional, debido a la complejidad propia de los sistemas eléctricos, por lo que hoy en día es posible encontrar una mayor variedad de modelos y más precisos. La normativa vigente aplicada a los sistemas interconectados, establece la necesidad de contar con una correcta modelación de cargas. De no existir conocimientos sobre el comportamiento de las cargas ante variaciones, se establecen parámetros para su modelación. Los modelos de carga que se deben utilizar en ausencia de parámetros deben considerar una carga general la cual tiene asociada un 80% de dependencia de la frecuencia, el parámetro de dependencia será distinto dependiendo del sistema eléctrico de potencia que se considere (Parada, O.G, 2013).

En este sentido, es necesario disponer de indicadores fiables, tanto para la situación de partida, antes de iniciar cualquier medida,

como durante el funcionamiento de las instalaciones (García S, 2017). El desbalance de las fases en los sistemas de distribución constituye uno de los tantos problemas

que presentan las redes de distribución de energía eléctrica. Estos fenómenos pueden incrementar las pérdidas en los sistemas de distribución, así como la merma en la calidad del sistema eléctrico, además de afectar la confiabilidad del mismo (Brea. E, 2009).

Podría mencionarse dos puntos de vista en la búsqueda de soluciones ante los problemas de desbalance de cargas conectadas a los sistemas de distribución de energía eléctrica. El primero de ellos parte del principio de la reconfiguración de la alimentación. El otro, es el referente a la adjudicación de carga en los distintos nudos del sistema a ser conectado en las fases del sistema, haciendo que la decisión sea tomada en relación a cuál fase será conectada la carga ubicada en cada n-ésimo nudo. No obstante, la formulación matemática del problema no corresponde al enfoque empleado en su trabajo, en virtud de que los autores presentan una

formulación matemática como si la misma fuese un caso de programación entera mixta lineal (Brea. E, 2009).

El propósito de esta investigación es desarrollar un modelo matemático para buscar una solución al problema cuando la carga conectada en los diferentes nudos del sistema de distribución eléctrica es variable, y su magnitud puede ser caracterizada a través de la distribución probabilística de cada carga eléctrica.

Por otra parte, el autor presenta una breve revisión de algunos conceptos matemáticos, a objeto de mostrar las bases en las cuales se sustenta para afirmar que los resultados óptimos obtenidos en los ejemplos numéricos corresponden a óptimos globales (Brea. E, 2009).

Es importante indicar que en este estudio sólo fueron tomadas en cuenta cargas monofásicas, es decir, cargas que están conectadas únicamente entre una fase y neutro, y no entre dos o más fases. Un aspecto que no puede dejar de mencionarse es el referente al método algorítmico de identificación de óptimos empleados en este



trabajo, el cual ha demostrado ser lo suficientemente eficiente en la identificación de soluciones óptimas en el ampliamente conocido problema del agente viajero para la identificación de la mejor condición en un problema de optimización de redes. Debe señalarse que se implementó el MPA para estudiar su desempeño en la identificación de la solución del óptimo balance en sistemas de distribución de energía eléctrica, por tratarse de un problema de optimización combinatoria (Brea. E, 2009).

El tema que se aborda en la presente tesis de maestría es la optimización del proceso de la distribución de las cargas de energía eléctrica y el equilibrio del sistema eléctrico en un circuito de la parroquia 18 de Octubre, en la ciudad de Portoviejo, Manabí, Ecuador que cuenta con una muestra de unas 30 viviendas. En este sentido, se tienen en cuenta autores clásicos y de mayor actualidad sobre el tema tratado, entre los que se destacan: (Eguíluz , Lavandero, Mañana , & Sánchez , 2001); (Lasseter & Paigi, 2004); (Jiménez & Cerero, 2005); (Pepermans, y otros, 2005); (De la Fe Dotres & Jaime García, 2012);

(Valdivieso Sarabia, 2013); (Guadarrama, Guadarrama, Rodríguez, & Vázquez Cerón, 2014); (Córdova, 2016); (Morales, 2016); (Hidalgo, 2018); entre otros. Ellos, de forma general, hacen referencia en sus estudios y ofrecen consideraciones sobre temas que están en correspondencia directa con el problema que se aborda, por ejemplo: lo relacionado con la eficiencia eléctrica y la calidad del suministro eléctrico; el empleo de generadores y la distribución individual, los problemas que puede generarse y las posibles soluciones; perspectivas de la calidad de la energía eléctrica y la importancia de los mantenimientos y conocimientos totales de los circuitos, en realidades y contextos como México, Perú y Ecuador, Venezuela, Colombia.

La tesis, en especial en su capítulo 1, trata aspectos conceptuales acerca de la distribución eléctrica, la generación y el equilibrio de la carga de esta, aspectos sobre la distribución óptima de la energía y la carga, la modelación y simulación de la generación, distribución y control de la corriente eléctrica, sobre propuestas, metodologías y otras alternativas relacionadas con la

estimación de la eficiencia y la calidad en la distribución de cargas eléctricas, entre otros aspectos de importancia.

El criterio de diseñar un sistema de distribución para una organización en particular, corresponde a las estrategias de largo plazo en virtud de que están involucradas las decisiones de ubicación de plantas productivas y/o la apertura o cierre de centros de distribución (Distribution Centers–DCs) y las cantidades a enviar por los diferentes canales de distribución desde las plantas productivas y/o los DCs hasta los centros de consumo, de manera que se satisfaga la demanda en el momento oportuno, en el lugar justo y en la cantidad necesaria.

En adelante se utilizará el término “sistema de distribución” (SD) como una equivalencia de red logística o cadena de suministro con el objetivo de identificar en algunas regiones extensas la cantidad de electricidad que se distribuye. Lo que se busca es la optimización de la cadena de suministro del área logística, la cual se define como la parte del proceso de planeación, implementación y control de forma efectiva y eficiente

del flujo, que vienen desde el punto de origen hasta el punto de consumo con el fin de cumplir los requisitos del cliente. Se tienen en cuenta como componentes en el desarrollo de la distribución a grandes rasgos los proveedores, plantas de producción, DC, distritos de ventas y clientes.

La modelación matemática del sistema de distribución es un esfuerzo en aras de minimizar los costos del sistema de distribución, dicha modelación ha sido estudiada por profesionales de la Investigación de Operaciones (IO) donde algunos de ellos desarrollaron modelos para el establecimiento de la política de las necesidades de materiales y las asignaciones para todos los productos para cada etapa de sistemas de producción-distribución de la cadena de suministro eléctrico, aspectos estos analizados y tenidos en cuenta en el presente estudio. Otros profesionales desarrollaron un modelo de programación entera mixta (Mixed Integer Programming, MIP), llamado Modelo Global de la Cadena de Suministro (Global Supply Chain Model, GSCM) implementada en GAMS/MINOS, que tiene capacidad para múltiples productos, instalaciones, etapas y



los modos de distribución y entrega. Esto en mayor o menor medida determina la estrategia de distribución de la carga eléctrica en todo el mundo.

La competitividad de las organizaciones y empresas en este sentido, requiere de la optimización de los recursos y los bajos costos de sus diferentes sistemas como abastecimiento, producción, distribución, administración, etc. En particular, la minimización de los costos de sus sistemas de producción y distribución que incluyen los costos o gastos, costos fijos de la localización de los DC y los costos variables de los DC. Debido a lo anterior, los resultados de este proyecto coadyuvarán en mejores prácticas de la organización con lo cual podrán mejorar su planeación en un sector residencial en específico (Sandoval Ibarra, Gómez Padilla, & Ortiz, 2017).

El propósito de desarrollar un modelo matemático del sistema de distribución es el de generar una herramienta científica para la toma de decisiones estratégicas que pueda ofrecer soluciones que permitan a una organización atender las demandas y el equilibrio de la

distribución de las cargas, la cantidad necesaria mediante la elección óptima para la combinación de tecnologías en la generación de electricidad.

Al tener en cuenta el problema planteado, se esbozan consideraciones fácticas que la práctica del investigador permite resumir y expresar:

- Existe desconocimiento del funcionamiento, distribución y equilibrio óptimos de las cargas eléctricas de los circuitos concatenados a la parroquia 18 de Octubre de Portoviejo.
- Es insuficiente el uso de determinadas técnicas y/o formas de desarrollar la adecuada expresión del funcionamiento de las cargas eléctricas y su equilibrio conectada a un circuito de la parroquia 18 de Octubre de Portoviejo.
- Se requiere la modelación desde la matemática aplicada del funcionamiento del proceso de equilibrio y distribución eficiente de la carga eléctrica en el sector de estudio.

- No se cuenta con un modelo o alternativa representativa que permita la elección óptima de la combinación de tecnologías para generar electricidad, y así ayudar a la toma de decisiones en aras de ofrecer soluciones de la demanda eléctrica de 30 viviendas del circuito de la parroquia 18 de Octubre, en la ciudad de Portoviejo, Manabí, Ecuador.

El cálculo de cargas eléctricas es una importante herramienta que involucra la utilización de análisis numérico aplicado a los sistemas de potencia, y que se puede modelar para determinar su funcionamiento pleno. La combinación óptima de tecnología para generar cargas eléctricas es un problema de optimización que tiene como función objetivo alguna medida de desempeño en la operación de sistemas eléctricos, y como restricciones las ecuaciones de balance de potencia provenientes de las leyes de Kirchhoff, además de algunas restricciones operativas.

La importancia del reparto de cargas óptimo, consiste en determinar un punto de operación para un sistema existente o futuro que ayude al planificador o al operador de la red

eléctrica a la toma de decisiones. (Morales, 2016).

De acuerdo con los aspectos antes mencionados y todos los resultados de la etapa exploratoria, se formuló como problema científico: No existe una herramienta matemática que permita la elección óptima para la combinación de tecnologías en la generación de electricidad, y así ayudar a la toma de decisiones en aras de ofrecer soluciones de la demanda eléctrica de 30 viviendas del circuito de la parroquia 18 de Octubre, en la ciudad de Portoviejo, Manabí, Ecuador.

En función del desarrollo secuencial de la investigación, y en aras de la orientación necesaria para su efecto, se estableció como Objetivo General: Elaborar e implementar un modelo matemático para la elección óptima en la combinación de tecnologías para generar electricidad, y así ayudar a la toma de decisiones en aras de ofrecer soluciones de la demanda eléctrica de 30 viviendas del circuito de la parroquia 18 de Octubre, en la ciudad de Portoviejo, Manabí, Ecuador.



2. Metodología

Como unidad de análisis de la presente investigación se consideró: se toma como población los habitantes del circuito de la parroquia 18 de Octubre, en la ciudad de Portoviejo, Manabí, Ecuador. Como muestra se consideraron 30 viviendas de dicha parroquia. El tipo de muestreo realizado es de tipo aleatorio simple.

Como técnica de recolección de información, se utilizó las entrevistas en el sector, visitas a la empresa eléctrica, mediciones del consumo de electricidad en la población y muestra seleccionada; otros,

Definición del caso de estudio.

El estudio se realiza en la Parroquia 18 de Octubre, la cual pertenece al cantón Portoviejo, provincia de Manabí, Ecuador. Esta parroquia está ubicada en los $1^{\circ}02'17.2''S$ y $80^{\circ}28'12.7''W$ exactamente, es considerada una parroquia urbana dentro del cantón. Según el censo de 2017, en dicha parroquia conviven aproximadamente 49 500 habitantes, que se distribuyen por diversos sectores y ciudadelas que la conforman, entre ellas ciudadelas

como: El Maestro, San Cristóbal, Primero de Mayo, Universitaria, Luz de América, Los Bosques, Papagayo, Las Piedras, Las Tres Cruces, y sectores como: El Negrital, Granda Centeno, Fybeca Av. Manabí, Tía Av. Paulo Emilio Macías, entre otros. El sector industrial es incipiente y la línea más desarrollada es la agroindustria con algunas plantas procesadoras fundamentalmente de salsa de tomate, plátano en rodajas (chiflerías) y otras de pequeño porte. El comercio informal y los pequeños negocios forman parte de la vida económica de la parroquia, en la que su suelo fundamentalmente está distribuido en zona residencial y comercial.

Debido a que es una parroquia en expansión, muchos de sus pobladores actuales se han venido a vivir a la parroquia posterior al terremoto sufrido en el cantón en el año 2016, la densidad poblacional ha crecido, y se han incorporado nuevos negocios, comercios, construcciones y urbanizaciones, por lo que no solo ha crecido el sector residencial sino el comercial en general.

Por tanto, se requiere del conocimiento sobre el funcionamiento y distribución de la carga de energía eléctrica existente en los distintos circuitos eléctricos que conforman los diferentes sectores y ciudadelas. Se realiza el estudio específicamente en uno de los circuitos del sector que abarca los tramos comprendidos entre la “Av. Paulo Emilio Macías”, “Av. Reales Tamarindos”, calle “América” y “Av. Manabí”; sector en el cual se incrementó sobre manera en distintos comercios como Restaurantes, boutiques, entidades financieras, entidades públicas, almacenes, supermercados, entre muchos otros.

Sistema de Modelado General Algebraico (GAMS) es el sistema de modelado elegido para la implementación del modelo. GAMS

sistema de modelado de alto nivel diseñado para la programación matemática y optimización. Sus solucionadores de alto rendimiento integrados y compilador de lenguaje permiten la construcción de modelos grandes y complejos de optimización. GAMS se construye sobre el concepto de conjuntos, parámetros, variables y ecuaciones. Además, el diseño del código GAMS para las ecuaciones es muy similar a las expresiones matemáticas que describen este modelo. Esto hace GAMS, un lenguaje de optimización muy adecuado para la aplicación de este modelo.

Parámetros de salida

A continuación, se determinan los parámetros de salida característicos para el sistema de suministro de energía eléctrica obtenido por el modelo matemático.

Parámetros relacionados con el número total de unidades de tecnologías de generación.

$$Nuni_{g,c} = \sum_i^{n_i} \sum_j^{n_j} N_{g,c,i,j} \cdot Uni_{c,i,j} \quad (\text{Ec. (30)})$$

Parámetros relacionados con la potencia eléctrica.

Potencia eléctrica total instalada de las tecnologías de generación, $PETI_{g,c}$ (kW).

$$PETI_{g,c} = \sum_i^{n_i} \sum_j^{n_j} N_{g,c,i,j} \cdot Uni_{c,i,j} \cdot PEN_{c,i,j} \quad (\text{Ec. (31)})$$



Producción de energía eléctrica, $PEE_{g,c}$ (kWh/año).

$$PEE_{g,c} = \sum_i^{n_i} \sum_j^{n_j} N_{g,c,i,j} \cdot Uni_{c,i,j} \cdot PEN_{c,i,j} \cdot FC_i \cdot top_{g,i} \quad (\text{Ec. (32)})$$

Costo total anual (\$/año).

$$CTA_{g,c} = \sum_i^{n_i} \sum_j^{n_j} \left\{ N_{g,c,i,j} \cdot Uni_{c,i,j} \cdot PEN_{c,i,j} \cdot [CII_i \cdot (FRC_i + FDFA_i) - VR_i \cdot FDFA_i + CFOM_i \cdot FRC_i] + \right. \\ \left. N_{g,c,i,j} \cdot Uni_{c,i,j} \cdot PEN_{c,i,j} \cdot FC_i \cdot top_{g,i} \cdot \left(\frac{3600 \cdot PRE_{g,j}}{\eta_{ge_i} \cdot \eta_{e_i} \cdot B_j} + CVCOM_i \right) \right\} \quad (\text{Ec. (33)})$$

Costo unitario de producción de energía eléctrica, $Cu_{g,c}$ (\$/kWh).

$$Cu_{g,c} = \frac{CTA_{g,c}}{PEE_{g,c}} \quad (\text{Ec. (34)})$$

Emisiones de CO2

$$CE_{g,c} = \sum_i^{n_i} \sum_j^{n_j} FE_{i,j} \cdot ge_i N_{g,c,i} \cdot Uni_{c,i,j} \cdot PEN_{c,i,j} \cdot FC_i \cdot top_{g,i} \quad (\text{Ec. (36)})$$

Se desarrolló un modelo matemático para la toma de decisiones en la planificación energética. Se establecen las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones que permiten seleccionar la combinación óptima de tecnologías de generación a instalar en la zona de nuestra (30 vivienda).

La herramienta para implementar el modelo por sus potencialidades es el GAMS software utilizado por MARKAL por sus virtudes que le permiten cubrir prácticamente todas las áreas principales de optimización.

3. Resultados y discusión

En ingeniería eléctrica, el cálculo de reparto de cargas es una importante herramienta que involucra la utilización de análisis numérico aplicado a los sistemas de potencia. El reparto de cargas óptimo (OPF) es un problema de optimización que tiene como función objetivo alguna medida de desempeño en la operación de sistemas eléctricos y como restricciones las ecuaciones de balance de potencia provenientes de las leyes de Kirchhoff, además de algunas restricciones operativas (Expósito G.A; Quiles. G.C.Drs., 2013).

La importancia del reparto de cargas óptimo consiste en determinar un punto de operación para un sistema existente o futuro que ayude al planificador o al operador de la red eléctrica a la toma de decisiones. Los inconvenientes de estas técnicas implican una lenta convergencia, especialmente en la vecindad del punto óptimo para los dos primeros métodos, y un campo limitado de aplicación, para el tercero (Expósito G.A; Quiles. G.C.Drs.;, 2013).

El suministro y distribución óptima de la carga de energía debe ser oportuno y de calidad, ya que se garantiza un suministro de energía a corto, mediano y largo plazo sin incurrir en sobrecostos para los usuarios, lo cual representa un reto para las empresas de energía eléctrica y el mantenimiento de las redes y demás recursos instalados. (Sun, Farris, Cote, Shoults, & Chen, 1982); (Ponnaivaikko, Rao, & Venkata, 1987).

En este sentido, según se ha venido tratando el tema, es necesario hacer alusión a una serie de aspectos que requieren ser tratado desde un punto de vista categorial para una mayor comprensión:

Demanda. Es la cantidad de potencia que un consumidor utiliza en un período de tiempo. La demanda de una instalación eléctrica en los terminales receptores, es tomada como un valor medio en un intervalo determinado. El período durante el cual se toma el valor medio se denomina intervalo de demanda. La duración que se fije en este intervalo dependerá del valor de demanda que se desee conocer. Para establecer una demanda es indispensable indicar el intervalo de demanda ya que sin él no tendría sentido práctico. La demanda se puede expresar en kVA, kW, kVAR, A, etc. La variación de la demanda en el tiempo para una carga dada origina el ciclo de carga que es una curva de carga (Demanda vs tiempo). (Enríquez, 2004), (Ramírez S., 2009).

Demanda o carga máxima. Corresponde a la carga mayor que se presenta en un sistema o instalación en un período de trabajo previamente establecido. Para establecer la demanda máxima se debe especificar el intervalo de demanda para medirla. La carga puede expresarse en p.u de la carga



pico del sistema. (Enríquez, 2004), (Ramírez S. , 2009).

Carga instalada. Es la suma de potencias nominales de aparatos y equipos de consumo que se encuentran conectados a un sistema o a parte de él, se expresa generalmente en kVA, MVA, kW o MW. (Enríquez, 2004).

Capacidad instalada. Corresponde a la suma de las potencias nominales de los equipos (transformadores, generadores), instalados a líneas que suministran la potencia eléctrica a las cargas o servicios conectados. Es llamada también capacidad nominal del sistema. (Ramírez S. , 2009).

Demanda diversificada o coincidente. Es la suma de varias cargas en un momento determinado. Se considera el mismo intervalo de tiempo. (Enríquez, 2004), (Ramírez S. , 2009).

$$DDiv = \sum_{i=1}^n D_i * t_i$$

Donde:

D_i = Demanda de energía eléctrica del usuario
 t_i = Periodo en que se registra la demanda
 i = Número de usuarios

Demanda máxima no coincidente.

Es la suma de la demanda máxima de cada usuario sin importar que ocurran o no al mismo tiempo. (Enríquez, 2004).

Curvas de carga diaria. Las curvas de carga diaria están formadas por los picos obtenidos en intervalos de una hora para cada hora del día.

Las curvas de carga diaria dan una indicación de las características de la carga en el sistema, para el sector residencial, comercial o industrial y de la forma en que se combinan para producir el pico. (Ramírez S., 2009).

Curvas de carga anual. Las curvas de carga anual están formadas por los valores de la demanda a la hora pico en cada mes, permiten una visualización de los crecimientos y variaciones de los picos mensuales y anuales. El análisis de las causas de estas variaciones debe conducir a conclusiones prácticas sobre el comportamiento del sistema y los factores que lo afectan. (Ramírez S., 2009).

Factor de demanda. El factor de demanda en un intervalo de tiempo t , de una carga, es la razón entre la $D_{m\acute{a}x}$ y la carga total instalada. El

factor de demanda por lo general es menor que 1. En el caso de máquinas eléctricas recibe el nombre de factor de uso o de utilización. (Enríquez, 2004), (Ramírez S., 2009).

$$F_{dem} = \frac{D_{m\acute{a}x}}{\text{Carga instalada}} \geq 1$$

Factor de carga. Es la razón entre la D_{prov} en un intervalo de tiempo dado y la $D_{m\acute{a}x}$ observada en el mismo intervalo de tiempo.

(Enríquez, 2004), (Ramírez S., 2009).

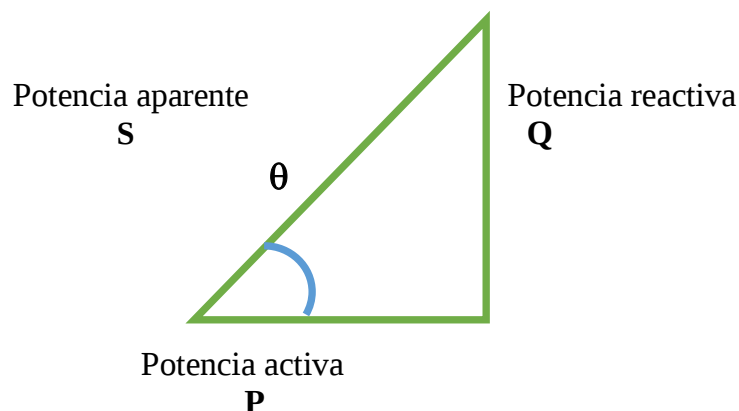
$$0 < F_c \leq 1$$

$$F_c = \frac{D_{prom}}{D_{m\acute{a}x}}$$

Factor de potencia. Es la relación entre la potencia activa (W, kW o MW) y la potencia aparente (VA, kVA, MVA), determinada en el sistema o en uno de sus componentes. (Ramírez S., 2009).

$$\cos = \frac{P}{Q} = \frac{\text{Potencia Activa}}{\text{Potencia Reactiva}}$$

Figura 1. Factor de Potencia



Fuente: Elaboración del autor.

La incidencia más importante del factor de potencia es en el porcentaje de pérdidas y en la regulación de voltaje y, por lo tanto, en la calidad y economía del servicio eléctrico.

El factor de potencia se corrige mediante la instalación de bancos de condensadores en las acometidas de los usuarios cuyas cargas así lo

requieran, o en los circuitos primarios. Es muy importante el correcto cálculo de los kVAR a compensar y la ubicación de los bancos de condensadores dentro del sistema.

Factor diversidad. Es la razón entre la sumatoria de las demandas máximas individuales y la demanda máxima del conjunto o grupo de



usuarios (llamada también demanda máxima coincidente). (Ramírez S., 2009).

$$F_{Div} = \frac{\sum D \text{ máx individuales}}{D \text{ máx individuales}} = \frac{D \text{ máx no coincidente}}{D \text{ máx coincidente}}$$

Factor de coincidencia. Es la relación entre la demanda máxima coincidente de un grupo de consumidores y la suma de las demandas de potencia máxima de consumidores individuales que conforman el grupo, ambos tomados en el mismo punto de alimentación para el mismo tiempo. (Ramírez S., 2009).

$$F_{co} = \frac{D \text{ máx individuales}}{\sum D \text{ máx individuales}} = \frac{D \text{ máx coincidente}}{D \text{ máx no coincidente}}$$

El pronóstico de la demanda de energía eléctrica es un procedimiento sistemático que permite definir cuantitativamente la demanda futura y por ser de vital importancia debe procurarse que dicha información sea lo más exacta posible, sin olvidar la presencia de incertidumbres. (Barrientos, Olaya, & González, 2007). En dependencia del período de tiempo que se adopte en el análisis, se podría considerar dentro del pronóstico tres técnicas de predicción: de corto, mediano y

largo plazo, todo depende del tipo de análisis a ejecutarse y de la complejidad en la modelación, lo cual será detallado más adelante.

Además, para satisfacer la carga futura se debe considerar los proyectos de nuevas centrales de generación y redes de transmisión asociadas. Así mismo, el pronóstico de demanda puede referirse a la potencia pico, a la energía total demandada o al comportamiento de la curva de carga. El pronóstico de la demanda de energía eléctrica puede ser de dos formas, energía (utiliza demanda de electricidad en unidades de Wh) y potencia (Demanda eléctrica en unidades de W), usualmente los OR realizan proyecciones de potencia horaria (energía) en el orden de los MWh.

Por ejemplo, el Modelo de Red de Referencia es un modelo de planificación de redes de distribución eléctrica en zonas de gran tamaño, provincias con cientos de miles de consumidores, que optimiza el diseño de las ampliaciones y refuerzos de red para abastecer nuevos suministros o conectar nuevas plantas de generación.

Este modelo dimensiona la nueva red minimizando los costes de inversión y operación y mantenimiento en instalaciones, al seguir los criterios técnicos de planificación establecidos por el regulador, y con el absoluto respeto a las restricciones geográficas impuestas por el terreno en el tendido de la red, tanto dentro de los núcleos de población como en las zonas rurales y espacios naturales. (Mateo, Gómez, Sánchez, Peco, & Candela, 2011).

Los Modelos de Red de Referencia (MRR) son modelos que planifican redes eléctricas, pero con una escala mucho mayor de la habitual. Típicamente, los modelos de planificación trabajan con una zona reducida de la red, ya sea en términos de nivel de tensión, de área o de número de instalaciones involucradas. Estos modelos de planificación, en los casos de estudio de mayor escala, representan redes con cientos o miles de nudos.

El objetivo de estos modelos suele ser determinar las decisiones óptimas de inversión en zonas concretas para conocer la expansión más adecuada de la red con la que abastecer un conjunto de nuevos

clientes. En ocasiones, las posibles opciones de expansión están predeterminadas y los modelos tienen que utilizar todos sus recursos para determinar la mejor opción entre las que se plantean (Peco, 2001).

Además, el MRR, al planificar la red de distribución, deberá ajustarse a ciertas restricciones adicionales para poder proporcionar resultados realistas. Por ejemplo, dentro de los núcleos de población el trazado de las líneas eléctricas debe adecuarse a un callejero. El propio modelo, en aras a garantizar un tratamiento exquisitamente equitativo entre las empresas, es el que automáticamente identifica los contornos de los núcleos de población y construye los callejeros a partir de los datos de posición geográfica de las demandas que le han sido proporcionadas.

Por otro lado, el modelo también respeta zonas prohibidas de paso (que se le introducen como dato), que las líneas eléctricas deben evitar, como lagos, reservas naturales o territorio marino en la costa. Asimismo, existen importantes restricciones de tipo eléctrico a tener en cuenta en el

diseño de la red, como, por ejemplo, los límites admisibles de caídas de tensión en los puntos de suministro y de sobrecargas en todos los equipos (líneas y transformadores).

Evaluación de estados

Para los sistemas de topología radial, como los que se analizarán, se demuestra fácilmente (Baeza, Rodríguez, & Hernández, 2003), (Zapata, Piñeros, & Castaño, 2004), que:

$$\begin{aligned}\Lambda &= \sum \Lambda_i \\ U_i &= \Lambda_i * r_i \\ U_T &= \sum_i U_i\end{aligned}$$

$$r_T = \frac{U_T}{\Lambda_T} = \frac{\sum_i U_i * r_i}{\sum_i U_i}$$

Donde:

Λ_i : tasa de falla del elemento i, fallas/año

r_i : tiempo de reparación del elemento i, horas

U_i : indisponibilidad anual del elemento i, horas/año

Λ_T : tasa de falla del sistema serie, fallas/año

r_T : tiempo de reparación total, horas,

U_T : indisponibilidad anual total del sistema serie, horas/año.

Como puede apreciarse de la metodología descrita, cada elemento genera independientemente una cierta cantidad de fallas, pero la cantidad de veces que se ve afectado por cortes de suministro de energía eléctrica es mayor, considerando los efectos de las fallas de otros elementos. La cantidad de interrupciones que se debe contabilizar depende del estado definido para cada elemento, según se muestra en la Tabla 1:

Tabla 1. Interrupciones aportadas, según tipo de elemento

Tipo Elemento	Interrupciones
Normal	0
Restablecible	λ
Transferible	2λ
Irrestablecible	λ
Irrestablecible c/esp.	λ

Cuando un elemento es transferible, aparece una tasa de falla doble. Esto se debe a que luego de efectuadas las reparaciones del elemento

afectado por una falla, se debe volver a la configuración original del sistema, por lo tanto, se interrumpe el servicio con una duración T_v .

Para el caso de elementos que representan tramos de alimentador, la tasa de falla debe calcularse como:

$$\lambda_T = \lambda_i * l_i$$

Donde:

λ_i : tasa de falla unitaria del tramo i, (fallas/año km)

l_i : longitud del tramo alimentador i, (km)

λ_T : tasa de falla del tramo (fallas/año).

Entonces, la tasa de falla total para un elemento cualquiera, se obtiene sumando los aportes indicados de cada elemento del sistema, según el tipo indicado en la columna de la matriz de estados y la Tabla 1, es decir,

$$\lambda_{Ei} = \sum_{j=1}^n \lambda_i^j$$

Donde:

λ_{Ei} : tasa de falla total del elemento i, fallas/año

λ_{ij} : cantidad de interrupciones en el elemento i, debido a falla en elemento j.

n : cantidad de elementos considerados en el modelo de la red.

Por su parte, el tiempo total de interrupción también depende de la definición de tipo, como se indica en la Tabla 2.

El tiempo total de interrupción de un elemento, corresponde a la indisponibilidad de él en el periodo considerado. Para obtener el tiempo total de indisponibilidad anual, se debe sumar las indisponibilidades producto de la cantidad de fallas aportada por cada elemento, según se indica en la columna de la matriz de estados y la Tabla 2.

Tabla 2. Tiempo total de interrupción también según tipo de elemento.

Tipo Elemento	Tiempo interrupción (r)
Normal	0
Restablecible	$T_c + T_p + T_l$
Transferible	$T_c + T_p + T_l + T_t + T_v$
Irrestablecible	$T_c + T_p + T_l + T_r$
Irrestablecible c/esp.	$T_c + T_p + T_l + T_t + T_r$

Fuente: Elaboración del autor.

$$T_i^j = \lambda_i^j * r_i$$

$$T_{Ei} = \sum_{j=1}^n T_i^j$$

Donde:

λ_{ij} : cantidad de interrupciones del elemento i, debido a falla en el elemento j, fallas/año



r_j : tiempo de interrupción o de reparación del elemento j , horas,
 T_{ij} : indisponibilidad anual del elemento i , debido a falla en el elemento j , horas/año,
 T_{Ei} : indisponibilidad anual total del elemento i , horas/año,
 N : cantidad de elementos del modelo.

Adicionalmente, se determinan índices orientados a medir la calidad de servicio que reciben los consumidores. Para ello, debe considerarse que los consumidores están conectados a algún tramo, de manera que, en forma individual, la frecuencia de interrupciones, así como la indisponibilidad del servicio de electricidad, corresponde a la del tramo a la cual están conectados. Como índices generales para los consumidores, se determina la Frecuencia Equivalente por Consumidor y la Duración Equivalente por Consumidor:

$$DEC = \frac{\sum_{j=1}^n T_i^j * C_i}{\sum_{j=1}^{nt} C_j}$$

$$FEC = \frac{\sum_{j=1}^n \lambda_i^j * C_i}{\sum_{j=1}^{nt} C_j}$$

$$ENS = \sum_{j=1}^{nt} \frac{E_j}{720} * T_{Ej}$$

Donde:

C_j : cantidad de consumidores conectados al tramo j ,
 n_i : cantidad de tramos de alimentador.

Un indicador de interés para las empresas de distribución lo constituye la Energía no Suministrada, dado que tiene una connotación de pérdida.

Estructura general de modelado

Los SSEE presentan características propias. Para su modelación se representa en la figura #1 un Sistema Energético de Referencia, (SER). (Ocaña Guevara, V.S, Dr; Pérez, C. Ing, 2014).

A continuación, se explican los componentes que integran el SER.

- Recursos energéticos: Representa a los recursos que utilizan las tecnologías energéticas. Se dividen en dos grandes grupos, combustibles y no combustible y se caracterizan por su proceso de obtención y su capacidad de renovación. Su potencial depende del nivel de disponibilidad que existe de cada uno.

- **Demanda energética:**
Representa el consumo de energía eléctrica. Su estructura depende de los usuarios finales que forman parte de un territorio. Se determina como el valor medio de la carga de los receptores durante un intervalo de tiempo. Su principal característica es la variabilidad en el tiempo. A pesar de que no se pueden predecir con exactitud presentan una regularidad notable sobre la base de una serie de ciclos temporales. La carga se representa usando diagramas diarios y anuales. Existe un aspecto que influye en su selección y es la variación de la misma respecto a su duración en el tiempo.
- **Impactos ambientales** Como todas las actividades humanas, la generación, transporte y consumo de electricidad producen impactos sobre el medio ambiente y sobre la sociedad. Algunos de ellos son detectables y otros no; algunos son evitables y otros no. En cualquier caso, todos producen daños en el entorno: en las personas, en los materiales, en la flora, y en la fauna. El

problema no es sin embargo la existencia o no de estos impactos, que como decimos son inherentes a todas las actividades humanas, sino su magnitud, y sobre todo, su consideración o no a la hora de decidir de la mejor manera los escasos recursos presentes en la sociedad.

- **Tecnologías energéticas**
Representa el conjunto de tecnologías que se utilizan en las diferentes etapas: producción, transporte y distribución de la energía. La etapa de producción se compone de las denominadas tecnologías de generación. Se caracterizan por aspectos fundamentales: el tipo de esquema de producción de energía, la forma de generación, el campo de aplicación, relación recursos energéticos y tecnología de generación, el régimen de funcionamiento y el modo de trabajo. La capacidad de potencia total instalada de un sistema de suministro de energía se determina seleccionando la combinación óptima de tecnologías de generación (TG) (Ocaña Guevara, V.S, Dr; Pérez, C. Ing, 2014).

Caracterización general del modelo

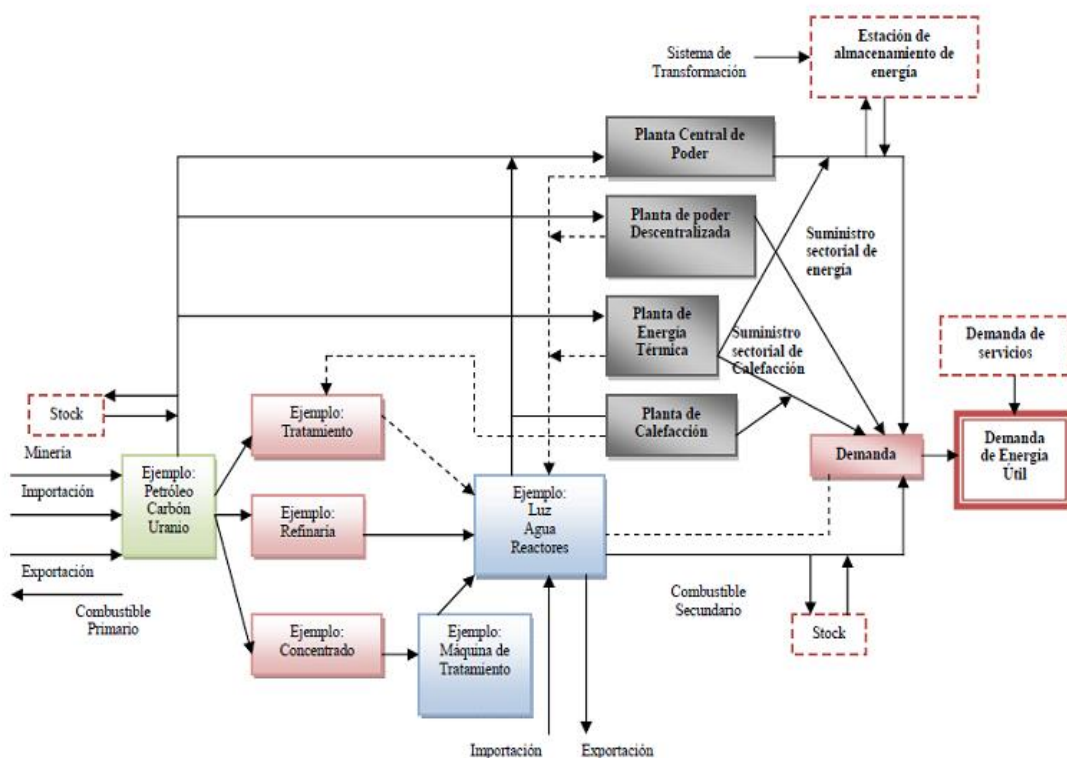
- Propósito de modelado

Los modelos son generalmente desarrollados para resolver problemas específicos y por este motivo solo son aplicables para la problemática para la cual fueron diseñados (oferta, demanda y sistemas). Los modelos de demanda son aquellos modelos cuya función principal es el pronóstico de la demanda (Por ejemplo, MEDEE-S, MAED). Por otra parte, los modelos de oferta son aquellos cuyo objetivo

principal consiste en la predicción, o bien, planificación de oferta (Por ejemplo, MARKAL, EFOM-ENV, WASP, DECPAC). Finalmente, los modelos de sistemas se utilizan para analizar el sistema energético en su totalidad incluyendo tanto oferta como demanda (Por ejemplo, LEAP, ENPEP, NEMS) (Ocaña Guevara, V.S, Dr; Pérez, C. Ing, 2014).

MARKAL y MARKAL-MACRO

A continuación, se presenta una esquematización del flujo energético en MARKAL:



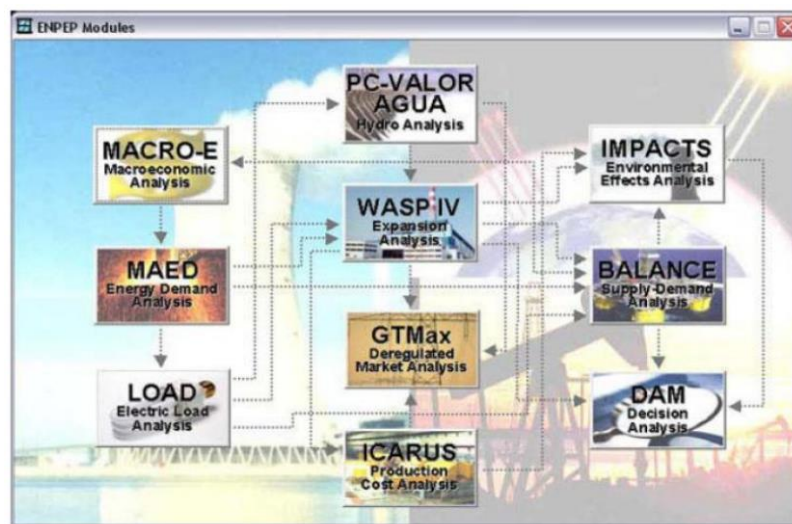
Fuente: Elaboración del autor.

El esquema de flujo de energía muestra las interrelaciones que se producen para llegar a la demanda final, primero considerando combustibles primarios y variable de stock, controlando por importaciones y exportaciones. Luego,

ENPEP

Módulos que lo conforman, cuya interrelación se muestran en la siguiente figura 3.

Figura 3. Módulo ENDEP.



Fuente: Elaboración del autor.

Descripción de los módulos:

- MACRO-E: Este módulo realiza la retroalimentación entre el sector energético y el resto de la economía.
- LOAD: Carga eléctrica horaria y generación de de curva de duración para usos de otros módulos de ENPEP
- PC-VALORAGUA: Estrategia óptima de generación para un parque Hidrotérmico.
- WASP: Alternativas de expansión de la generación a menor costo.
- GTMax: Operación de Sistema Energético en Mercados Desregulados.
- ICARUS: Confiabilidad y perspectiva económica de

alternativas de expansión de la generación de electricidad.

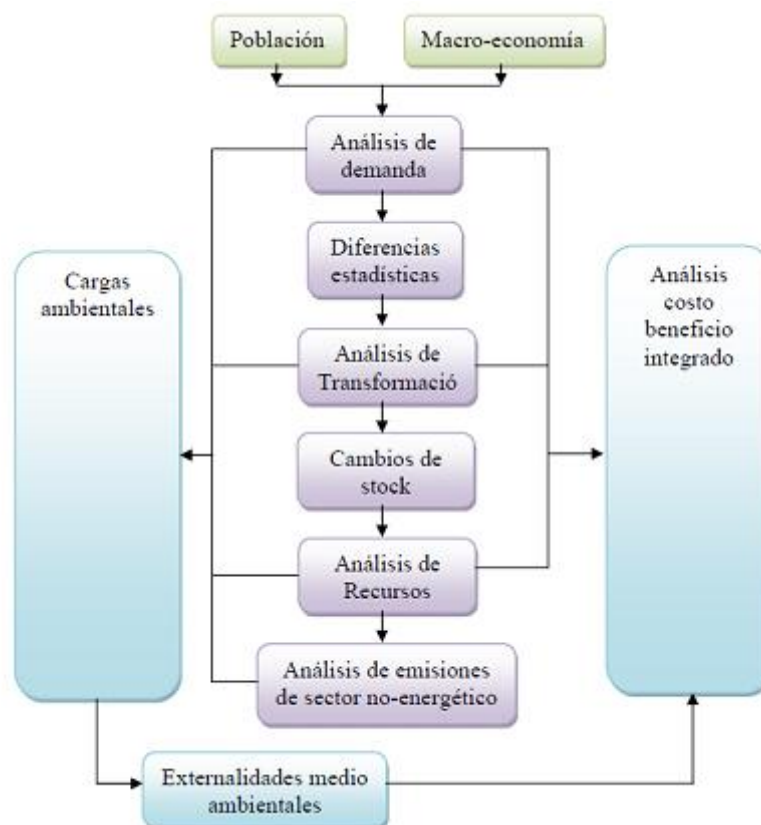
- IMPACTS: Daño físico y económico de la contaminación del aire.
- DAM: Herramienta de análisis de decisión para evaluar tradeoffs entre aspectos técnicos, económicos y medioambientales.

LEAP

Modelo de energías integradas asociadas a un año base y

escenarios posibles, basados en contabilidad de flujos energéticos y simulación de modelos aproximados. LEAP tiene un manejo de datos flexible e intuitivo. Su ámbito de operación incluye: demanda, emisiones GHG, análisis de costo-beneficio social entre otros. LEAP es abordado más intensamente en otro apartado de este informe. Un esquema general del proceso de cálculo realizado por el LEAP se presenta en la siguiente figura 4:

Figura 4. Proceso de cálculo realizado por el LEAP.



Fuente: Elaboración del autor.

Nivel de agregación

La distinción entre modelos top-down y bottom-up es particularmente interesante puesto que ellos tienden a producir resultados opuestos para el mismo problema. El enfoque más asociado a los modelos microeconómicos se conoce como “bottom up”. Los modelos de corte macroeconómicos, “top-down” reflejan el hecho de que la información fluye del nivel más agregado al nivel más desagregado.

Cobertura geográfica

La cobertura geográfica se refiere a las dimensiones espaciales que abarcan los modelos. Existen modelos desarrollados para la planificación global, regional, nacional, local o a nivel de proyecto. En general, los modelos energéticos son desarrollados para propósitos de planificación nacional o bien de análisis de política global. Luego, una primera clasificación considera modelos nacionales (como MARKAL, LEAP, MEDEE) y globales (como POLES). En este contexto, además de los modelos globales y nacionales existen los modelos regionales (como PRIMES modelo desarrollado para la Unión Europea).

Para estimaciones de demanda eléctrica existen resoluciones espaciales mucho más finas que pueden definirse a nivel de nodo o a través de grillas que suelen ser hexagonales. (Ocaña Guevara, V.S, Dr; Pérez, C. Ing, 2014).

Alcance de planeación: corto, mediano y largo plazo.

No existe una definición estándar de corto, mediano o largo plazo, pero generalmente se clasifican en: 5 años o menos como corto, de 3 a 15 años mediano y 10 o más años largo plazo.

Tipos y cantidad de criterios de decisión. (Económicos, ambientales, energéticos y sociales)

Los modelos energéticos centrarán su accionar en diferentes sectores económicos, ambientales o sociales, estos serán los que definan la cantidad y los tipos de criterios de decisión. Un SSEE bien diseñado es aquél que combina, de manera aceptable, los costes de inversión y explotación, la fiabilidad en el suministro, los impactos medioambientales y no sobrepasa la capacidad de financiación del



sistema (Ocaña Guevara, V.S, Dr; Pérez, C. Ing, 2014).

Formulación del modelo

Parte del modelo formado por las diferentes variables, que toman presencia en el modelo a utilizar. Con la combinación de las variables y ecuaciones se llega a la función objetivo expresión de variables, o algunas veces una variable que representa el objetivo que se desea alcanzar y expresa el fin que se desea, en una medida específica, al igual que las restricciones relaciones entre las variables y parámetros que se presentan por desigualdades (inecuaciones) o ecuaciones, resultan debido a las limitaciones de recursos o a ciertas disposiciones técnicas de un problema dado (Ocaña Guevara, V.S, Dr; Pérez, C. Ing, 2014).

Lenguaje de modelado

Es el requerimiento de software donde se realiza el análisis en un entorno de computación y desarrollo de aplicaciones totalmente integrado, orientado para llevar a cabo proyectos en donde se encuentren implicados elevados cálculos matemáticos, la

visualización gráfica de los mismos, y los poderosos y amplios métodos de cómputo numérico y gráficas que permiten la prueba y exploración de ideas alternativas con facilidad, mientras que el ambiente de desarrollo integrado facilita producir resultados prácticos fácilmente.

GAMS (General Algebraic Modeling System) es un software desarrollado por A. Brooke, D. Kendrick y A. Meeraus. A diferencia de otros paquetes de software de implementación de algoritmos matemáticos que permitan resolver los problemas de optimización, el programa GAMS presenta las ventajas de plantear un lenguaje de modelización que permite el poder escribir en un editor la formulación matemática del problema y posteriormente aplicarle una serie de “solvers” o programas de resolución. (Ocaña Guevara, V.S, Dr; Pérez, C. Ing, 2014).

Regresión Potencial. El modelo potencial utilizado para el pronóstico de demanda está dado por la siguiente expresión matemática y puede ser consultado en (Bowerman, O'connell, & Koehler, 2007), (Anderson, Sweeney, &

Williams, 2008), (Rosales & Bonilla, 2006):

$$y = ax^b$$

Al tomar logaritmos a ambos lados y al aplicar propiedades se tiene que:

$$\begin{aligned}\log y &= \log(ax^b) \\ \log y &= b \log x + \log a\end{aligned}$$

Si $D = \log y$ (eje vertical)

$X = \log x$ (eje horizontal) se tiene que,

Se tiene que: $D = bx + \log a$

Donde:

b = Pendiente de la recta

$\log a$ = Coeficiente de posición de la recta

D = Pronóstico de demanda de energía

X = Curva de demanda tipificada

El modelo potencial es ideal para el tipo de gráficas que tienen un pequeño comportamiento curvo, aproximando a través de rectas. Este modelo hay que llevarlo a la forma de una ecuación lineal con el fin de usar el método de mínimos cuadrados para encontrar su respectiva ecuación.

Regresión Logarítmica. Muchas relaciones entre variables no siguen un modelo exponencial, en su lugar la variable independiente se relaciona con la variable dependiente mediante un modelo logarítmico, desarrollado en las referencias (Bowerman, O'connell, & Koehler, 2007), (Anderson, Sweeney, & Williams, 2008), (Rosales & Bonilla, 2006).

Esta curva es muy útil cuando el índice de cambios de los datos aumenta o disminuye rápidamente y después se estabiliza. Esta línea de tendencia puede tomar valores positivos o negativos.

Regresión Logística. El modelo de crecimiento logístico es una función exponencial donde el crecimiento de la variable dependiente está limitado como lo es el crecimiento demográfico, recursos no renovables, ventas de un bien o servicio entre otras. Detallado en las referencias (Bowerman, O'connell, & Koehler, 2007), (Anderson, Sweeney, & Williams, 2008), (Rosales & Bonilla, 2006).

El modelo de crecimiento logarítmico de la variable y con respecto al

tiempo obedece la siguiente ecuación:

$$y(t) = \frac{c}{1 + ae^{-bt}}$$

Dónde: a, b, c, son constantes $c > 0$ y $b > 0$. C, capacidad de mantenimiento.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Y(t) = c$$

Regresión Gompertz. Se utiliza para estudiar el comportamiento de crecimiento de poblaciones, entre las distintas formulaciones que tiene la curva de Gompertz la más sencilla es:

$$Y(t) = e^{a-bect}$$

Dónde: a, b > 0 ; 0 < c < 1

Para x = 0 entonces

$$Y = e^{a-b} \text{ (umbral)}$$

Las curvas logística y Gompertz son conocidas por su forma de S y presentan un punto de inflexión donde la curva cambia su forma cóncava por la convexa. Estas dos curvas tienen un patrón de

crecimiento similar, la principal diferencia entre ellas reside en la localización del punto de inflexión; las curvas Gompertz alcanzan este punto en la primera parte del ciclo de crecimiento (35% o 40% del crecimiento total) mientras que la curva logística alcanza ese punto en la mitad del ciclo (Bowerman, O'connell, & Koehler, 2007), (Anderson, Sweeney, & Williams, 2008), (Rosales & Bonilla, 2006).

Demanda energética

La demanda es dato de entrada al modelo. El modelo debe presentar la combinación óptima a ser instalado, ser capaz de minimizar el costo. Es muy importante mirar la demanda de poder que tiene que ser cubierto en el tiempo investigado. Se buscan los valores característicos para cada tipo de carga, para determinar la demanda de potencia eléctrica para el alcance temporal y energía eléctrica según la carga.

Tabla 3. Demanda de potencia y energía eléctrica

Carga	kW	Carga	kWh/año
DPE g=1,c=1	11080,00	DEE g=1,c=1	97060800,00
DPE g=1,c=2	18220,00	DEE g=1,c=2	131867200,00
DPE g=1,c=3	1360,00	DEE g=1,c=3	1715500,00

Fuente: Elaboración del autor.

Tecnologías de generación

Para la evaluación se han usado las tecnologías tipo motores de

combustión interna (MCI), con diferentes parámetros como se pueden observar en las tablas 4, 5 y 6 siguiente.

Tabla 4.

Tecnología	PEN (kW)	CII (\$/kW)	FRC (años ⁻¹)	FDFA (años ⁻¹)	FSC (años ⁻¹)	CFOM (\$/kW)
Hyundai 8H21/32	1520	600	0,078	0,031	2,296	339,74
Hyundai 5H17/28	538	600	0,078	0,031	2,296	339,74
Hyundai 8H17/28	865	600	0,078	0,031	2,296	339,74
Hyundai 5H17/24G	517	800	0,078	0,031	2,296	339,74
Hyundai 6H17/24G	620	800	0,078	0,031	2,296	339,74
Hyundai 7H17/24G	724	800	0,078	0,031	2,296	339,74
Hyundai 9H17/24G	930	800	0,078	0,031	2,296	339,74
Hyundai 12H17/21V	1843	500	0,056	0,008	6,307	473,21
Hyundai 16H17/21V	2458	500	0,056	0,008	6,307	473,21

Fuente: Elaboración del autor.

Tabla 5.

Tecnología	FC	η_{ge}	η_e	CVOM (\$/kWh)	ge (g/kWh)	Fei (kge\$/kgcomb)
Hyundai 8H21/32	0,85	0,95	0,43	0,009	189	3,528
Hyundai 5H17/28	0,85	0,94	0,41	0,009	189	3,528
Hyundai 8H17/28	0,85	0,94	0,41	0,009	189	3,528
Hyundai 5H17/24G	0,85	0,94	0,41	0,008	178	2,708
Hyundai 6H17/24G	0,85	0,94	0,41	0,008	178	2,708
Hyundai 7H17/24G	0,85	0,94	0,41	0,008	178	2,708
Hyundai 9H17/24G	0,85	0,94	0,41	0,008	178	2,708
Hyundai 12H17/21V	0,85	0,96	0,37	0,009	215	3,228
Hyundai 16H17/21V	0,85	0,96	0,37	0,009	215	3,228

Fuente: Elaboración del autor.

Tabla 6.

Tecnología	Tipo	Recurso energético	Régimen de funcionamiento	Modo de Trabajo
Hyundai 7H21/32	MCI	Fuel Oil	Continuo	Fijo
Hyundai 5H17/28	MCI	Fuel Oil	Continuo	Fijo
Hyundai 6H17/28	MCI	Fuel Oil	Continuo	Fijo
Hyundai 7H17/28	MCI	Fuel Oil	Continuo	Fijo
Hyundai 8H17/28	MCI	Fuel Oil	Continuo	Fijo
Hyundai 5H17/24G	MCI	Gas natural	Continuo	Variable
Hyundai 7H17/24G	MCI	Gas natural	Continuo	Variable
Hyundai 9H17/24G	MCI	Gas natural	Continuo	Variable
Hyundai 12H17/21V	MCI	Diesel	Continuo	Variable
Hyundai 16H17/21V	MCI	Diesel	Continuo	Variable

Fuente: Elaboración del autor.

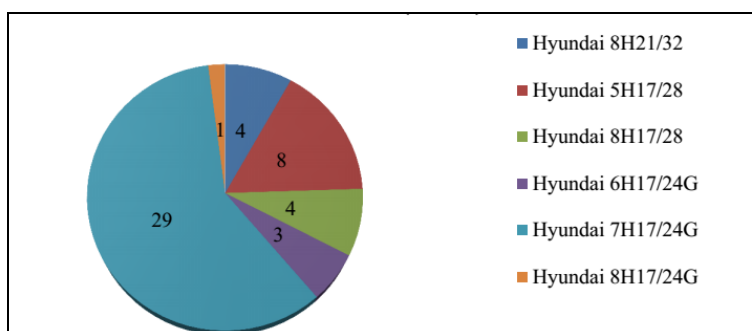
Parámetros generales

- Tasa de interés anual en un proceso de descuento, IR: 0,05 (año-1).
- Tasa de interés anual en un proceso de composición, I: 0,04 (año-1).
- Factor de margen de reserva frg,c: Carga base 0,24 y carga intermedia 0,23.

Resultados del modelo matemático

En esta sección se presentan los resultados obtenidos del modelo matemático. La figura 5 muestra la combinación óptima de unidades de tecnologías generación en el primer año.

Figura 5. Número total de unidades (NTU).



Fuente: Elaboración del autor.

Se obtuvo un total de unidades de tecnologías de 49, donde predomina Hyundai 7H17/24G con 29 distribuidas en 28 para carga

intermedia y 1 para carga pico. La combinación de tecnologías para cada carga en el año inicial se muestra en la tabla 7 siguiente.

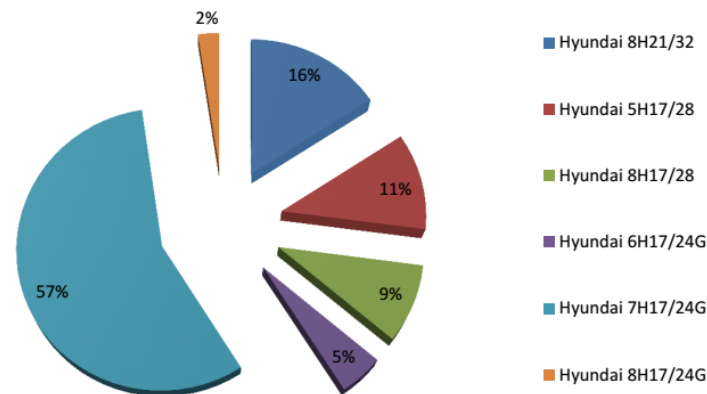
Tabla 7. Tecnologías por carga.

Recursos	NTU	TIPO DE TG
g1.c1	4	Hyundai 8H21/32
	8	Hyundai 5H17/28
	4	Hyundai 8H17/28
g1.c2	3	Hyundai 6H17/24G
	28	Hyundai 7H17/24G
g1.c3	1	Hyundai 7H17/24G
	1	Hyundai 8H17/24G

Fuente: Elaboración del autor.

La figura 6 equivale al porcentaje potencia eléctrica total instalada de cada tecnología.

Figura 6. Potencia eléctrica total instalada (PETI)

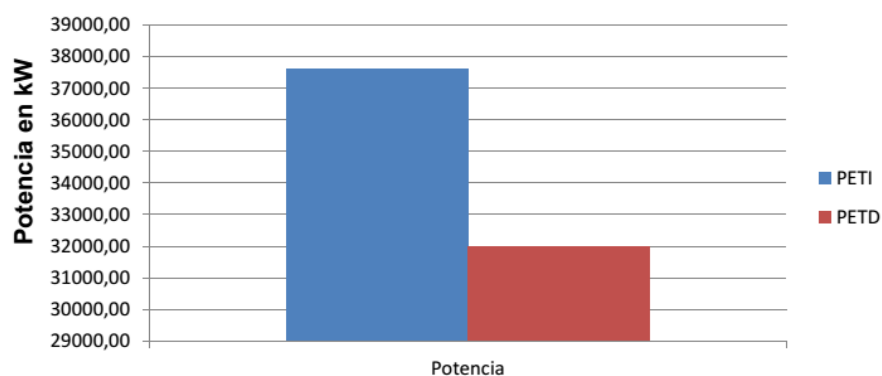


Fuente: Elaboración del autor.

La potencia eléctrica total instalada (PETI) es de 37630,00 kW y la potencia eléctrica total disponible (PETD) es de 31985,50 kW para el

grupo de tecnologías instaladas. La figura 7 muestra el comportamiento de la PETI y la PETD.

Figura 7. Comportamiento de la potencia

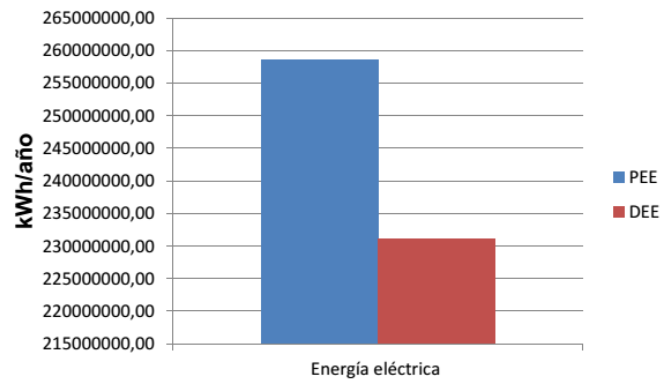


Fuente: Elaboración del autor.

La diferencia que muestra la figura 3 es que para carga base y carga intermedia el factor de reserva 18%, que representa una potencia eléctrica de 7428,00 kW. Con las tecnologías instaladas se obtuvo una

producción de energía eléctrica como muestra la figura 8.

Figura 8. Comportamiento de la DEE con la PEE.



Fuente: Elaboración del autor.

Como se puede observar se puede vender energía eléctrica ya que la electricidad prácticamente no se puede almacenar en una base a gran escala, por lo que tiene que ser producida en el mismo instante en que se consume, es decir; la generación total en un sistema de alimentación siempre tiene que ser

igual al consumo total, más las pérdidas. El costo unitario (Cu) para cada carga se puede observar en la tabla 8 y el promedio de producción de 0.09 \$/kW, este valor se debe al precio del gas natural ya que la tecnología que predomina utiliza este combustible.

Tabla 8. Costo unitario

Cu	\$/kwh
g1.c1	0,13
g1.c2	0,07
g1.c3	0,08

Fuente: Elaboración del autor.

Durante el alcance temporal existe un incremento en carga pico de 10056,00 kW y 8468000,00 kWh/año

en potencia eléctrica y demanda de energía eléctrica respectivamente.

Tabla 9. Resultados del incremento de carga

Tecnología de generación	Hyundai 5H17/24G
NTU	23
PETI (kW)	11891,00
PETD (kW)	10107,00
PEE (kWh/año)	84902000,00
Costo de generación (\$/año)	6715874,721
Costo unitario (\$/kWh)	0,08

Fuente: Elaboración del autor.

La emisión de CO₂ con esta combinación de tecnologías a instalar en el alcance temporal es de 187778,70 Ton/año.

5. Conclusiones

El desarrollo de un modelo de planificación de la energía es una tarea difícil. Hay aspectos a tener en cuenta como: estructura general de modelado, caracterización general del modelo, técnicas de modelado, formulación del modelo, lenguaje de modelado.

Se logra realizar el modelo matemático para la combinación de tecnologías de generación a instalar para cubrir la demanda de potencia de 30 viviendas del territorio objeto de estudio, permitiendo la selección adecuada de unidades tecnológicas para la generación de electricidad.

La selección óptima de tecnologías a instalar para el alcance temporal es de 72 tecnología de generación, con una potencia de 49521,00 kW, donde tiene predominio Hyundai 5H17/24G y Hyundai 7H17/24G con 23 y 29 respectivamente.

El margen de reserva obtenido representa el 18 % del total de la capacidad instalada.

Bibliografía

- Anderson, D., Sweeney, D., & Williams, T. (2008). Estadística para administración y economía. México: 10 ed. México: Cengage Learning Editores S.A.
- Baeza, R., Rodríguez, J., & Hernández, J. (2003). Evaluación de confiabilidad de sistemas de distribución eléctrica en desregulación. Revista Facultad de Ingeniería-Universidad de Tarapacá, 11(1), 33-39.
- Barrientos, A., Olaya, J., & González, V. (2007). Un modelo spline para el pronóstico de la demanda de energía eléctrica. Revista Colombiana de Estadística, 30(2), 187-202.
- Bowerman, B., O'connell, O., & Koehler, A. (2007). Pronósticos, series de tiempo y regresión: Un enfoque aplicado. México: 4 ed. México: Internacional Thomson Editores.
- Brea, E. (2009). Optimización de balance de cargas en sistemas de distribución de energía eléctrica. Revista



Facultad de Ingeniería.
Facultad Nacional de
Venezuela, 3, V.24.

México: Grupo Editorial
Patria.

Córdova, D. (8 de septiembre de 2016). Modelamiento y simulación de un motor/generador eléctrico de corriente continua controlado por campo/armadura y con carga variable. Guayaquil, Guaya, Ecuador: ESPOL.

Hidalgo, M. (2018). Modelo de optimización para la gestión eficiente de flujos de energías eléctrica y térmica: resolución mediante la aplicación GUROBI. Sevilla, España: Depósito de investigación.

De la Fe Dotres, S., & Jaime García, D. (2012). Distribución óptima de carga en emplazamientos de generadores. Ingeniería Energética, 33(1), 87-94.

Jiménez, R., & Cerero, J. (2005). Perspectiva de calidad de la energía eléctrica y su importancia en México. Querétaro, México: Encuentro Nacional de Metrología Eléctrica.

Eguíluz, L., Lavandero, J., Mañana, M., & Sánchez, P. (2001). Eficiencia energética y calidad de suministro eléctrico. ENERGÍA. Madrid, Marzo.

Lasseter, R. H., & Paigi, P. (2004). Microgrid: a conceptual solution. Power Electronics Specialists Conference (págs. 4285–4290). PESC 04. IEEE 35th Annual.

Enríquez, G. (2004). El ABC del alumbrado y las instalaciones eléctricas en baja tensión. México: 2 ed. México: Limusa.

Mateo, C., Gómez, T., Sánchez, A., Peco, J., & Candela, A. (2011). Candela A reference network model for large-scale distribution planning with automatic street map generation". IEEE Transactions on Power Systems, 26: pp. 190-197.

Expósito G.A; Quiles. G.C. Drs. (2013). Implementación eficiente del reparto de cargas óptimo mediante puntos interiores. Implementación eficiente del reparto de cargas óptimo mediante puntos interiores. Sevilla, Sevilla, España.

Morales, J. (2016). Desarrollo de Metodología para la Estimación de la Eficiencia de un Generador. Costa Rica: Repositorio TEC.

Guadarrama, R., Guadarrama, V., Rodríguez, M., & Vázquez Cerón, E. (2014). Circuitos eléctricos: teoría y práctica.

Ocaña Guevara, V.S, Dr; Pérez, C. Ing. (2014). Modelo matemático para la

- planeación de la generación de energía eléctrica en un territorio. Santa Clara, Santa Clara, Cuba: Facultad de Ingeniería Mecánica.
- Ortiz, H., Peñaloza, C., & González, Y. (2018). Modelado matemático y simulación del comportamiento de una turbina hidrocínética tipo darrieus; consideraciones de diseño. *Respuestas*, 23(1), 14-18.
- Parada, O.G. (Septiembre de 2013). Modelos de carga y sus efectos en estudios sistémicos: aplicaciones al sing. Modelos de carga y sus efectos en estudios sistémicos: aplicaciones al sing. Santiago de Chile, Santiago de Chile, Chile.
- Peco, J. (2001). Modelo de cobertura geográfica de una red de distribución de energía eléctrica. Madrid: Tesis Doctoral Universidad Pontificia Comillas.
- Pepermans, G., Driesen, J., Driesen, D., Belmans, R., Haeseldonckx, D., & D'haeseleer, W. (2005). Distributed generation: Definition, benefits and issues. *Energy Policy*, vol. 33, no. 6, 787–798.
- Pérez, M., Pérez, A., & Pérez, E. (2008). Introducción a los sistemas de control y modelo matemático. Universidad Nacional de San Juan para sistemas lineales invariantes en el tiempo. San Juan, Puerto Rico.
- Ponnavaikko, N., Rao, K., & Venkata, S. (1987). Distribution system planning through a quadratic mixed integer programming approach. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2(4), 1157-1163.
- Ramírez, C. (2012). Redes de Distribución de Energía. Redes de Distribución de Energía. Manizales, Manizales, Colombia: Tercera Edición. Universidad Nacional de Colombia.
- Ramírez, S. (2009). Redes de Distribución de Energía. Bogotá: 3 ed. Manizales: Universidad Nacional de Colombia.
- Rosales, R., & Bonilla, J. (2006). Introducción a la econometría. Bogotá: Bogotá d.c.: Universidad de los Andes.
- Sandoval Ibarra, T., Gómez Padilla, A., & Ortiz, V. (2017). Determinación de estados operativos óptimos en redes eléctricas con restricciones de economía y seguridad. *Ingeniería, investigación y tecnología*, 18(3), 233-243.
- Sun, D., Farris, D., Cote, P., Shoults, R., & Chen, M. (1982).



Optimal distribution substation and primary feeder planning via the fixed charge network formulation. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, (3), 602-609.

Valdivieso Sarabia, R. (2013). Modelado y simulación de la distribución de energía eléctrica en sistemas genéricos consistentes en diversas fuentes y múltiples modos de transmisión. Optimización del uso de las fuentes con criterios de sostenibilidad. Tesis doctoral. Departamento de informática y computación, Universidad de Alicante. Alicante, España: https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/36755/1/tesis_valdivieso_sarabia.pdf.

Zapata, C., Piñeros, L., & Castaño, D. (2004). El método de simulación de Montecarlo en estudios de confiabilidad de sistemas de distribución de energía eléctrica. Scientia et technica, 10(24), 55-60.